



Admitere, 8 septembrie 2023

Durata probei de concurs: 3 ore

În planul xOy se consideră punctele $A(3, -1)$ și $B(-1, 2)$.

- 1** Lungimea segmentului $[AB]$ este: ☐ A $\sqrt{13}$ ☐ B $\sqrt{5}$ ☐ C $2\sqrt{6}$ ☐ D $\sqrt{17}$ ☐ E 5
- 2** Distanța de la originea planului la dreapta AB este: ☐ A $\frac{5}{\sqrt{13}}$ ☐ B $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ☐ C $\frac{5}{2\sqrt{6}}$ ☐ D 1 ☐ E $\frac{4}{5}$
- 3** Simetricul originii planului față de mijlocul segmentului $[AB]$ are coordonatele: ☐ A $\left(2, \frac{1}{2}\right)$ ☐ B $(1, 2)$ ☐ C $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ ☐ D $\left(\frac{3}{2}, 1\right)$ ☐ E $(2, 1)$

Fie polinoamele $P(X) = (X^2 + X + 1)^{2023} - X^2$ și $Q(X) = X^2 + 1$.

- 4** Câțul împărțirii lui $P(X)$ la $Q(X)$ are gradul: ☐ A 2024 ☐ B 1 ☐ C 4044 ☐ D 2021 ☐ E 2023
- 5** Restul împărțirii lui $P(X)$ la $Q(X)$ este: ☐ A 0 ☐ B $-X + 1$ ☐ C -1 ☐ D $X - 1$ ☐ E $-X - 1$

Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție “*” prin $x * y = xy - 3x - 3y + a$, unde $a \in \mathbb{R}$ este fixat.

- 6** Legea “*” are element neutru dacă și numai dacă: ☐ A $a = 12$ ☐ B $a = 15$ ☐ C $a = 6$ ☐ D $a = 4$ ☐ E $a = 9$
- 7** Mulțimea $(3, \infty)$ este parte stabilă față de legea “*” dacă și numai dacă: ☐ A $a \geq 9$ ☐ B $a > 9$ ☐ C $a \geq 12$ ☐ D $a = 12$ ☐ E $a > 12$

- 8** $\cos 0 + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{2}$ este: ☐ A 3 ☐ B $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ☐ C $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ☐ D 1 ☐ E 2



Pentru orice $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ se definește funcția

$$f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_m(x) = (m-1)x^2 + 2(m+1)x + m+1.$$

9 Pentru $m = -\frac{1}{2}$, mulțimea soluțiilor ecuației $f_m(x) = 0$ este:

- ☐ A $\left\{-\frac{2}{3}, 2\right\}$ ☐ B $\left\{\frac{2}{3}, -1\right\}$ ☐ C $\left\{\frac{2}{3}, 1\right\}$ ☐ D $\left\{-\frac{1}{3}, 1\right\}$ ☐ E $\left\{\frac{1}{3}, -1\right\}$

10 Mulțimea valorilor m pentru care axa Ox este tangentă la graficul funcției f_m este:

- ☐ A $\left\{-1, -\frac{1}{2}\right\}$ ☐ B $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ☐ C $\{-1, 2\}$ ☐ D $\{-1\}$ ☐ E $\left\{2, -\frac{1}{2}\right\}$

11 Vârfurile parabolilor ce reprezintă graficele funcțiilor f_m se află pe dreapta de ecuație:

- ☐ A $y = 2x$ ☐ B $x + y = 0$ ☐ C $x = 2y$ ☐ D $x = 3y - 1$ ☐ E $y = 3x - 1$

12 $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + x + 1} dx$ este:

- ☐ A $\frac{\sqrt{3}\pi}{9}$ ☐ B $\frac{\sqrt{3}\pi}{12}$ ☐ C $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ ☐ D $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ ☐ E $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$

13 $\int_0^\pi \sin^2 x dx$ este:

- ☐ A $\pi + \frac{1}{2}$ ☐ B π ☐ C $\frac{\pi}{2}$ ☐ D 2 ☐ E 1

14 Numărul complex $(1+i)^2$ este:

- ☐ A 4 ☐ B $2i$ ☐ C $1+2i$ ☐ D $-2i$ ☐ E $2+2i$

Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x + 3y + az = 1 \\ 3x - 2y + z = b \end{cases} \quad \text{cu } a, b \in \mathbb{R}.$$

15 Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

- ☐ A $a \neq -5$ ☐ B $a = 5$ ☐ C $a = -5$ ☐ D $a \neq 1$ ☐ E $a \neq 5$

16 Sistemul este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

- ☐ A $a \neq -5, b = -8$ ☐ B $a = 5, b = -8$ ☐ C $a = 5, b = 8$
☐ D $a = -5, b = 8$ ☐ E $a \neq 5, b = 8$

17 Fie matricea $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$. Atunci A^6 este:

- ☐ A $-4A$ ☐ B $4A$ ☐ C $-2^6 I_2$ ☐ D $4I_2$ ☐ E $2^6 I_2$



Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n + \frac{2}{x_n^2}$, $x_0 = 1$.

18 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este: ☐ A nu există ☐ B ∞ ☐ C $e + 1$ ☐ D 0 ☐ E $2e$

19 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n^3}{n}$ este: ☐ A 6 ☐ B $2e$ ☐ C 2 ☐ D $6e$ ☐ E e^3

20 Dacă $\sin x = -\frac{1}{2}$ și $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$, atunci x este: ☐ A $\frac{11\pi}{6}$ ☐ B $\frac{5\pi}{6}$ ☐ C $\frac{7\pi}{6}$ ☐ D $\frac{4\pi}{3}$ ☐ E $\frac{5\pi}{3}$

21 Dacă $\sin x + \cos x = -\frac{1}{2}$, atunci $\sin 2x$ este: ☐ A $\frac{3}{4}$ ☐ B $-\frac{3}{4}$ ☐ C $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ D $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ E $-\frac{3}{8}$

22 Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui A în care exact trei elemente sunt mai mici decât 5 și exact un element este mai mare decât 5?

☐ A 120 ☐ B 16 ☐ C 30 ☐ D 60 ☐ E 32

Pentru orice $n \in \mathbb{N}$ se consideră integrala $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 1} dx$.

23 I_0 este: ☐ A 1 ☐ B $\frac{\pi}{4}$ ☐ C $\frac{\ln 2}{2}$ ☐ D 2 ☐ E 0

24 $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$ este: ☐ A $\frac{\pi}{2}$ ☐ B $\ln 2$ ☐ C 0 ☐ D ∞ ☐ E $\frac{1}{2}$

25 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{x}$ este: ☐ A $\ln \frac{2}{3}$ ☐ B 1 ☐ C $\frac{2}{3}$ ☐ D -1 ☐ E $e^{\frac{2}{3}}$

26 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - \sin x \cdot \sin 2x}{x^4}$ este: ☐ A $\frac{5}{4}$ ☐ B $\frac{3}{4}$ ☐ C $\frac{2}{3}$ ☐ D $\frac{5}{3}$ ☐ E 2

27 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^3}$ este: ☐ A $\frac{1}{2}$ ☐ B $\frac{1}{6}$ ☐ C 0 ☐ D $\frac{2}{3}$ ☐ E $\frac{1}{3}$

Fie funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

28 Numărul asimptotelor la graficul funcției f este: ☐ A 4 ☐ B 2 ☐ C 0 ☐ D 1 ☐ E 3

29 Numărul punctelor de extrem ale funcției f este: ☐ A 0 ☐ B 3 ☐ C 1 ☐ D 4 ☐ E 2

30 $f^{(2022)}(0)$ este: ☐ A $-2022!$ ☐ B $-2021!$ ☐ C $2022!$ ☐ D $2021!$ ☐ E $2023!$