

# Admitere, 10 septembrie 2022

Durata probei de concurs: **3 ore**

Fie sirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  definit prin

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2x_n^3} \quad \text{pentru orice } n \in \mathbb{N}, \quad \text{unde } x_0 = 1.$$

- |  |  |
|--|--|
| <b>1</b> $x_1$ este:   | <input type="checkbox"/> A 1 <input type="checkbox"/> B 2 <input type="checkbox"/> C $\frac{3}{2}$ <input type="checkbox"/> D $\frac{7}{6}$ <input type="checkbox"/> E $\frac{1}{2}$ |
| <b>2</b> $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:             | <input type="checkbox"/> A $\infty$ <input type="checkbox"/> B 2 <input type="checkbox"/> C $e^3$ <input type="checkbox"/> D $\frac{7}{2}$ <input type="checkbox"/> E 3              |
| <b>3</b> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n^4}{n}$ este: | <input type="checkbox"/> A $\frac{3}{2}$ <input type="checkbox"/> B $\sqrt{2}$ <input type="checkbox"/> C 2 <input type="checkbox"/> D 1 <input type="checkbox"/> E $e^4$            |

Fie functia  $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$  pentru orice  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

- |  |  |
|--|--|
| <b>4</b> Numărul asimptotelor la graficul funcției $f$ este: | <input type="checkbox"/> A 3 <input type="checkbox"/> B 2 <input type="checkbox"/> C 1 <input type="checkbox"/> D 4 <input type="checkbox"/> E 0                       |
| <b>5</b> Numărul punctelor de extrem ale funcției $f$ este:  | <input type="checkbox"/> A 2 <input type="checkbox"/> B 4 <input type="checkbox"/> C 3 <input type="checkbox"/> D 0 <input type="checkbox"/> E 1                       |
| <b>6</b> $f^{(2022)}(0)$ este:                               | <input type="checkbox"/> A 2021! <input type="checkbox"/> B -2022! <input type="checkbox"/> C 2022! <input type="checkbox"/> D 2023! <input type="checkbox"/> E -2021! |

- |  |  |
|--|--|
| <b>7</b> Numărul complex $\left(\frac{1-2i}{2+i}\right)^3$ este: | <input type="checkbox"/> A 1 <input type="checkbox"/> B -1 <input type="checkbox"/> C -i <input type="checkbox"/> D $\frac{1+i}{2}$ <input type="checkbox"/> E i |
|--|--|

- |  |   |
|--|---|
| <b>8</b> Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ . Câte submulțimi are $A$ în care exact trei elemente sunt mai mici decât 5, exact un element este mai mare decât 5, iar suma elementelor submulțimii este număr par? | <input type="checkbox"/> A 80 <input type="checkbox"/> B 120 <input type="checkbox"/> C 60 <input type="checkbox"/> D 100 <input type="checkbox"/> E 40 |
|--|---|

Pentru orice  $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  se definește funcția

$$f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 - 2(m+1)x + m - 1.$$

**9** Mulțimea valorilor lui  $m$  pentru care ecuația  $f_m(x) = 0$  are o rădăcină dublă este:

- [A] {1} [B]  $\left\{\frac{1}{3}, -1\right\}$  [C]  $\left\{-\frac{1}{3}\right\}$  [D]  $\left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$  [E]  $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

**10** Numărul valorilor lui  $m$  pentru care dreapta de ecuație  $2x + y + 1 = 0$  este tangentă la graficul funcției  $f_m$  este:

- [A] 0 [B] 1 [C] infinit [D] 3 [E] 2

**11** Vârfurile parobeelor ce reprezintă graficele funcțiilor  $f_m$  se află pe dreapta de ecuație:

- [A]  $y = 2x + 3$  [B]  $y = -2x$  [C]  $y = x - 6$  [D]  $y = 2x - 3$  [E]  $y = -x - 2$

**12**  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left( \frac{x+2}{x} \right)^x$  este:

- [A]  $\sqrt{e}$  [B]  $\infty$  [C]  $e^2$  [D] 0 [E] 1

**13**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x} \right)^x$  este:

- [A]  $\infty$  [B]  $\sqrt{e}$  [C] 1 [D] 0 [E]  $e^2$

**14**  $\int_0^2 \frac{1}{3-x} dx$  este:

- [A]  $\ln 2$  [B]  $-\ln 2$  [C]  $\ln 3$  [D]  $-\ln 3$  [E]  $-\ln \frac{3}{2}$

**15**  $\int_{-\pi}^{\pi} x \cos x dx$  este:

- [A] 0 [B]  $2\pi - 2$  [C]  $2\pi$  [D] 4 [E] 2

**16**  $\int_{\ln 3}^{3 \ln 2} \sqrt{e^x + 1} dx$  este:

- [A]  $2 + \ln 6$  [B]  $2 + \ln \frac{4}{3}$  [C]  $3 + \ln \frac{2}{3}$  [D] 3 [E]  $2 + \ln \frac{3}{2}$

În planul  $xOy$  se consideră punctele  $A(3, -1)$  și  $B(-1, 2)$ .

**17** Lungimea segmentului  $[AB]$  este:

- [A]  $\sqrt{13}$  [B] 5 [C]  $\sqrt{17}$  [D]  $2\sqrt{6}$  [E]  $\sqrt{5}$

**18** Distanța de la originea planului la dreapta  $AB$  este:

- [A]  $\frac{5}{\sqrt{13}}$  [B]  $\frac{4}{5}$  [C]  $\frac{5}{2\sqrt{6}}$  [D] 1 [E]  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

**19** Simetricul originii planului față de mijlocul segmentului  $[AB]$  are coordonatele:

- [A]  $\left(2, \frac{3}{2}\right)$  [B]  $(2, 1)$  [C]  $\left(\frac{3}{2}, 1\right)$  [D]  $(1, 2)$  [E]  $\left(2, \frac{1}{2}\right)$

Pentru orice  $n \in \mathbb{N}$  se consideră integrala  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 1} dx$ .

- 20**  $I_0$  este: A 1   B 2   C 0   D  $\frac{\pi}{4}$    E  $\frac{\ln 2}{2}$
- 21**  $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$  este: A 0   B  $\frac{1}{2}$    C  $\frac{\pi}{2}$    D  $\ln 2$    E  $\infty$

Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ , unde  $a \in \mathbb{R}$ .

- 22**  $A$  este inversabilă dacă și numai dacă  $a$  aparține mulțimii: A {2}   B  $\mathbb{R}$    C  $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$    D  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$    E  $\{-2, 2\}$
- 23** Dacă  $\det A = 0$ , atunci  $A^2$  este: A  $I_2$    B  $4A$    C  $-4A$    D  $O_2$    E  $2A$
- 24** Dacă  $\det A = 0$ , atunci  $A^{2022}$  este: A  $2^{4042}A$    B  $2^{2021}A$    C  $I_2$    D  $O_2$    E  $2^{2022}I_2$

- 25** Valoarea expresiei  $\arccos 0 + \arcsin \frac{1}{2} + \operatorname{arctg} 1$  este: A  $\frac{7\pi}{12}$    B  $\frac{2\pi}{3}$    C  $\frac{11\pi}{12}$    D  $\frac{5\pi}{12}$    E  $\frac{\pi}{2}$
- 26** Dacă  $\sin x = -\frac{1}{2}$  și  $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ , atunci  $x$  este: A  $\frac{5\pi}{6}$    B  $\frac{5\pi}{3}$    C  $\frac{4\pi}{3}$    D  $\frac{11\pi}{6}$    E  $\frac{7\pi}{6}$
- 27** Dacă  $\sin x + \cos x = -\frac{1}{2}$ , atunci  $\sin 2x$  este: A  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$    B  $-\frac{3}{8}$    C  $\frac{3}{4}$    D  $-\frac{3}{4}$    E  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Pe mulțimea  $\mathbb{R}$  se definește legea de compozиție “ $*$ ” prin  $x * y = xy - 3x - 3y + a$ , unde  $a \in \mathbb{R}$  este fixat.

- 28** Mulțimea valorilor lui  $a$  pentru care  $a * a = a$  este: A {0, 1}   B {0}   C {0, 5}   D {0, 4}   E {0, 6}
- 29** Legea “ $*$ ” are element neutru dacă și numai dacă: A  $a = 6$    B  $a = 4$    C  $a = 12$    D  $a = 15$    E  $a = 9$
- 30** Mulțimea  $(3, \infty)$  este parte stabilă față de legea “ $*$ ” dacă și numai dacă: A  $a \geq 9$    B  $a > 12$    C  $a \geq 12$    D  $a > 9$    E  $a = 12$