



Admitere, 13 septembrie 2019

Pentru orice $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ se definește funcția

$$f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_m(x) = (m-1)x^2 + 2(m+1)x + m+1.$$

- 1** Pentru $m = -\frac{1}{2}$, mulțimea soluțiilor ecuației $f_m(x) = 0$ este:
☐ A $\left\{\frac{1}{3}, -1\right\}$ ☐ B $\left\{\frac{2}{3}, 1\right\}$ ☐ C $\left\{\frac{2}{3}, -1\right\}$ ☐ D $\left\{-\frac{1}{3}, 1\right\}$ ☐ E $\left\{-\frac{2}{3}, 2\right\}$
- 2** Mulțimea valorilor m pentru care axa Ox este tangentă la graficul funcției f_m este:
☐ A $\{-1\}$ ☐ B $\{-1, 2\}$ ☐ C $\left\{2, -\frac{1}{2}\right\}$ ☐ D $\left\{-1, -\frac{1}{2}\right\}$ ☐ E $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$
- 3** Vârfurile parabolilor ce reprezintă graficele funcțiilor f_m se află pe dreapta de ecuație:
☐ A $y = 3x - 1$ ☐ B $y = 2x$ ☐ C $x = 3y - 1$ ☐ D $x = 2y$ ☐ E $x + y = 0$

Se consideră funcția $f : \left(\frac{1}{3}, \infty\right) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln \sqrt{\frac{3x-1}{x+3}}.$

- 4** Numărul asimptotelor la graficul funcției f este: ☐ A 3 ☐ B 0 ☐ C 1 ☐ D 2 ☐ E 4
- 5** $f'(2)$ este: ☐ A $\frac{3}{5}$ ☐ B $\frac{1}{5}$ ☐ C $\frac{4}{5}$ ☐ D $\frac{2}{5}$ ☐ E 1

- 6** Mulțimea soluțiilor ecuației $2 \arcsin x = \arccos x$ este:
☐ A $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ☐ B $\left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$ ☐ C $\left\{-1, -\frac{1}{2}\right\}$ ☐ D $\{-1\}$ ☐ E $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$

- 7** Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui A în care exact trei elemente sunt mai mici decât 5 și exact un element este mai mare decât 5?
☐ A 16 ☐ B 60 ☐ C 32 ☐ D 120 ☐ E 30

Pentru orice $n \in \mathbb{N}$ se consideră integrala $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx.$

- 8** $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ este: ☐ A $\ln 2$ ☐ B 0 ☐ C $\frac{1}{2 \ln 2}$ ☐ D ∞ ☐ E $\frac{1}{2}$
- 9** $\lim_{n \rightarrow \infty} n I_n$ este: ☐ A 0 ☐ B $\frac{1}{2 \ln 2}$ ☐ C ∞ ☐ D $\frac{1}{2}$ ☐ E $\ln 2$



Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin 2x - 2 \cos x$.

- 10** Numărul punctelor în care graficul funcției f intersectează axa Ox este:
☐ A 1 ☐ B 0 ☐ C 2 ☐ D 3 ☐ E 4
- 11** Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:
☐ A 2 ☐ B 3 ☐ C 1 ☐ D 5 ☐ E 4
- 12** Valoarea maximă a funcției f este:
☐ A $\frac{1}{2}$ ☐ B $\frac{3}{2}$ ☐ C 3 ☐ D $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ☐ E $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- 13** Fie matricea $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$. Atunci A^6 este:
☐ A $4A$ ☐ B $4I_2$ ☐ C $-4A$ ☐ D $-2^6 I_2$ ☐ E $2^6 I_2$

Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n + \frac{2}{x_n^2}$, $x_0 = 1$.

- 14** $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:
☐ A ∞ ☐ B $2e$ ☐ C 0 ☐ D $e + 1$ ☐ E nu există
- 15** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n^3}{n}$ este:
☐ A $6e$ ☐ B 6 ☐ C e^3 ☐ D 2 ☐ E $2e$

Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție “*” prin $x * y = xy - 3x - 3y + a$, unde $a \in \mathbb{R}$ este fixat.

- 16** Legea “*” are element neutru dacă și numai dacă:
☐ A $a = 4$ ☐ B $a = 6$ ☐ C $a = 15$ ☐ D $a = 9$ ☐ E $a = 12$
- 17** Mulțimea $(3, \infty)$ este parte stabilă față de legea “*” dacă și numai dacă:
☐ A $a \geq 12$ ☐ B $a > 12$ ☐ C $a = 12$ ☐ D $a > 9$ ☐ E $a \geq 9$

- 18** Numărul complex $\frac{(1+i)^2}{(1-i\sqrt{3})^3}$ este:
☐ A $-\frac{i}{4}$ ☐ B $-\frac{i}{2}$ ☐ C $\frac{i}{2}$ ☐ D $4i$ ☐ E $\frac{i}{4}$

În planul xOy se consideră punctele $A(3, -1)$ și $B(-1, 2)$.

- 19** Lungimea segmentului $[AB]$ este:
☐ A $\sqrt{17}$ ☐ B $\sqrt{13}$ ☐ C $2\sqrt{6}$ ☐ D 5 ☐ E $\sqrt{5}$
- 20** Distanța de la originea planului la dreapta AB este:
☐ A $\frac{5}{2\sqrt{6}}$ ☐ B $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ☐ C $\frac{5}{\sqrt{13}}$ ☐ D $\frac{4}{5}$ ☐ E 1
- 21** Simetricul originii planului față de mijlocul segmentului $[AB]$ are coordonatele:
☐ A $(2, \frac{3}{2})$ ☐ B $(\frac{3}{2}, 1)$ ☐ C $(2, \frac{1}{2})$ ☐ D $(1, 2)$ ☐ E $(2, 1)$



Se consideră polinomul $P(X) = X^3 + 2X + 2$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- 22** Câtul împărțirii lui P la $X^2 - 2X + 6$ este:
☐ A $X - 2$ ☐ B -10 ☐ C 10 ☐ D $X + 1$ ☐ E $X + 2$
- 23** Fie Q un polinom de grad cel mult doi astfel încât polinomul $X^3 + Q(X)$ are rădăcinile x_1^2, x_2^2, x_3^2 . Atunci Q este:
☐ A $4X^2 + 4X - 4$ ☐ B $-4X^2 + 4X - 4$ ☐ C $4X^2 - 4X + 4$
☐ D $4X^2 - 4X - 4$ ☐ E $-4X^2 + 4X + 4$

Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x + 3y + az = 1 \\ 3x - 2y + z = b \end{cases} \quad \text{cu } a, b \in \mathbb{R}.$$

- 24** Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:
☐ A $a \neq -5$ ☐ B $a = 5$ ☐ C $a = -5$ ☐ D $a \neq 1$ ☐ E $a \neq 5$
- 25** Sistemul este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:
☐ A $a \neq 5, b = 8$ ☐ B $a = 5, b = -8$ ☐ C $a = 5, b = 8$ ☐ D $a \neq -5, b = -8$ ☐ E $a = -5, b = 8$

- 26** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{x}$ este:
☐ A $\frac{2}{3}$ ☐ B -1 ☐ C $\ln \frac{2}{3}$ ☐ D $e^{\frac{2}{3}}$ ☐ E 1
- 27** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^3}$ este:
☐ A $\frac{1}{2}$ ☐ B 0 ☐ C $\frac{1}{6}$ ☐ D $\frac{2}{3}$ ☐ E $\frac{1}{3}$

- 28** $\cos 0 + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{2}$ este:
☐ A $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ☐ B $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ☐ C 3 ☐ D 1 ☐ E 2

- 29** $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + x + 1} dx$ este:
☐ A $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ ☐ B $\frac{\sqrt{3}\pi}{9}$ ☐ C $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ ☐ D $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$ ☐ E $\frac{\sqrt{3}\pi}{12}$
- 30** $\int_0^\pi \sin^2 x dx$ este:
☐ A π ☐ B $\pi + \frac{1}{2}$ ☐ C 2 ☐ D $\frac{\pi}{2}$ ☐ E 1